

111 學年度學科能力測驗 數學 B 考科非選擇題評分原則

數學 B 的題型有選擇（填）與混合題或非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理論證過程。數學科非選擇題的解法通常不只一種，且有些解法並不屬於高中課程範圍，在此提供屬於高中課程，且多數考生可能採用的解法以供各界參考。不管採取哪種解法，均需於答題卷上清楚表達推理或解題過程，且得到正確答案，方可得到滿分。若過程中列式正確，但計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。以下提供非選擇題參考答案，以及評分原則，至於學生的作答與無法得到滿分的情形，請參閱本中心將於 4 月 15 日出刊的第 330 期《選才電子報》。

第 19 題

一、滿分參考答案：

由題意可得

$$\sin \theta_1^\circ = \frac{2.3}{48}、\sin \theta_2^\circ = \frac{2.3}{19}、\sin \theta_3^\circ = \frac{4}{57}$$

由通分或化成小數比較可得 $\frac{2.3}{19} > \frac{4}{57} > \frac{2.3}{48}$ ，即 $\sin \theta_1^\circ < \sin \theta_3^\circ < \sin \theta_2^\circ$

因為正弦函數在區間 $[0^\circ, 90^\circ]$ 為（嚴格）遞增函數，所以 $\theta_1 < \theta_3 < \theta_2$ 。

二、評分原則：

（一）根據題意列出正確的數學式，例如三個角度的正弦值或是三組邊長的比值。

（二）正確寫出 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 的大小關係並說明理由，例如利用正弦函數嚴格

遞增性質得到 $\theta_1 < \theta_3 < \theta_2$ 。

第 20 題

一、滿分參考答案：

設兩座鐵塔塔高皆為 x 公尺，則其偏移距離分別為 $x \sin \alpha^\circ = \frac{x}{5}$ 與 $x \sin \beta^\circ = \frac{7x}{25}$ ，

依題意「偏移距離相差 20 公尺」可列式為

$$|x \sin \alpha^\circ - x \sin \beta^\circ| = 20 \Rightarrow \left| \frac{x}{5} - \frac{7x}{25} \right| = 20 \Rightarrow \frac{7x}{25} - \frac{x}{5} = 20, \text{ 解得 } x = 250 \text{ 公尺。}$$

$$\text{因為 } \sin \alpha^\circ = \frac{1}{5} \text{ 和 } \sin \beta^\circ = \frac{7}{25}, \text{ 可得 } \cos \alpha^\circ = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ 與 } \cos \beta^\circ = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = \frac{24}{25}$$

故兩塔的塔頂到地面之距離分別為 $x \cos \alpha^\circ = 100\sqrt{6}$ 與 $x \cos \beta^\circ = 240$ ，得其距離相差 $100\sqrt{6} - 240 \approx 100 \times 2.449 - 240 = 4.9$ (公尺)。

上述之兩塔的塔頂到地面距離也可利用畢氏定理得到，例如

$$\sqrt{250^2 - 50^2} = 100\sqrt{6}, \quad \sqrt{250^2 - 70^2} = 240。$$

二、評分原則：

- (一) 根據題意，正確連結塔高、偏移距離與正弦函數值三者之間的關係，並列出正確的數學式。
- (二) 正確解出上述所列之數學式，並正確求出兩塔的塔頂到地面之垂直距離。
- (三) 正確比較兩垂直距離的大小關係，並寫出其相差值。