

104 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科試題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 8 月 15 日出刊的《選才電子報》。

104 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

第一題

解法：

1. 高度差為 200 公分，要有最短水平距離，則所有平台的坡度須恰好為 $\frac{1}{50}$ ，且所有坡道的坡度須恰好為 $\frac{1}{12}$ 。因為平台的坡度 $\frac{1}{50}$ 小於坡道的坡度 $\frac{1}{12}$ ，要得到最短水平長度就必須極小化平台的水平長度，也就是極小化平台的高度差。
 - (1) 當高度不超過 6 公分時，只能設置一個平台。
 - (2) 當高度差超過 6 公分，但不超過 $3 + 75 + 3$ 公分時，可以設置前後兩個各 150 公分的平台，中間一個坡道。
 - (3) 當高度差超過 $3 + 75 + 3$ 公分，但不超過 $3 + 75 + 3 + 75 + 3$ 公分時，可以設置前後兩個各 150 公分的平台，中間兩個坡道以及一個 150 公分的平台。
 - (4) 當高度差超過 $3 + 75 + 3 + 75 + 3$ 公分，但不超過 $3 + 75 + 3 + 75 + 3 + 75 + 3$ 公分時，可以設置前後兩個各 150 公分的平台，中間三個坡道以及兩個 150 公分的平台。

因此，高度差 200 公分須設置四個各 150 公分的平台以及三個坡道。

3. 四個 150 公分的平台會升高 $3 \times 4 = 12$ 公分，剩下的 $200 - 12 = 188$ 公分的高度由坡道來提供，所以坡道的水平長度為 $188 \times 12 = 2256$ 公分。因此水平總長度為 $2256 + 150 \times 4 = 2856$ 公分，也就是 28.56 公尺。

第二題

解法：

(1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數

$$\text{不等式：} \begin{cases} 4500x + 5500y + 8000(25 - x - y) \leq 150000 \\ 400x + 200y \leq 8000 \\ x + y \leq 25 \\ x, y \geq 0 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} 7x + 5y \geq 100 \\ 2x + y \leq 40 \\ x + y \leq 25 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{目標函數：} f(x, y) = 3x + 4y + 6(25 - x - y) = 150 - 3x - 2y$$

亦可寫成

$$\text{不等式：} \begin{cases} 4500x + 5500y + 8000z \leq 150000 \\ 400x + 200y \leq 8000 \\ x + y + z = 25 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} 9x + 11y + 16z \leq 300 \\ 2x + y \leq 40 \\ x + y + z = 25 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

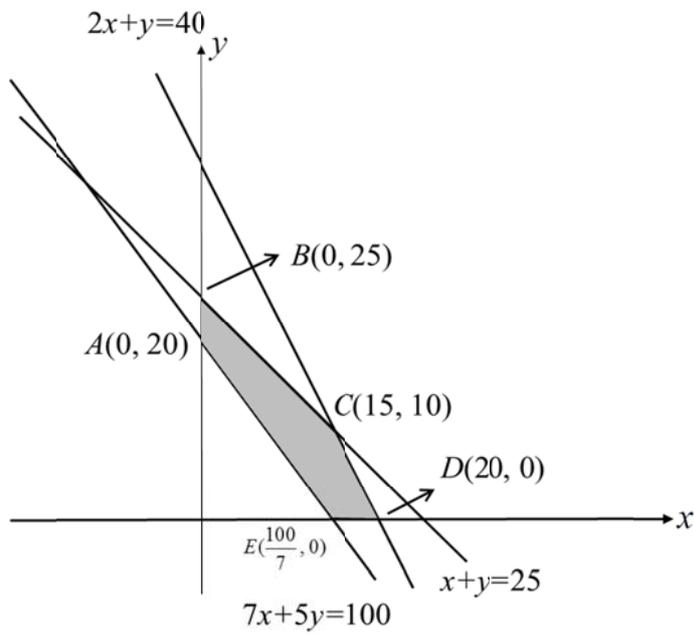
$$\text{目標函數：} f(x, y, z) = 3x + 4y + 6z$$

(2) 求可行解區域的所有頂點的坐標

寫出正確頂點坐標 $A(0, 20)$, $B(0, 25)$, $C(15, 10)$, $D(20, 0)$, $E(\frac{100}{7}, 0)$

(3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數

【解法一：頂點法】

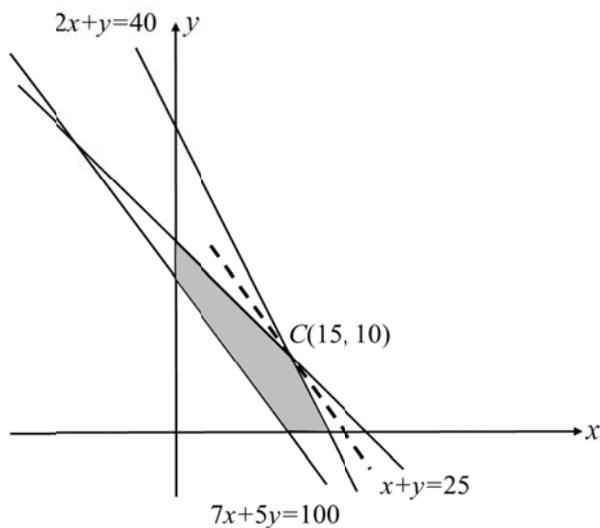


1. 將 A, B, C, D, E 頂點代入目標函數中

頂 點	$A(0, 20)$	$B(0, 25)$	$C(15, 10)$	$D(20, 0)$	$E(\frac{100}{7}, 0)$
$f(x, y) = 150 - 3x - 2y$	110	100	85	90	$\frac{750}{7}$

2. 當 $x = 15, y = 10$ 時， $f(15, 10) = 85$ 為最少等待總人天數

【解法二：平行線法】



1. 畫出一條過 $C(15,10)$ 且與直線 $150 - 3x - 2y = k$ 平行的直線，如圖。或比較直線 $150 - 3x - 2y = k$ 的斜率 $m = -\frac{3}{2}$ 介於 -1 與 -2 之間，即寫出 $-2 < -\frac{3}{2} < -1$
2. 當 $x = 15, y = 10$ 時， $f(15,10) = 85$ 為最少等待總人天數。